

Estimation et Prévision de valeurs ajoutées trimestrielles inobservables en présence de saisonnalité

R. F. Ngampana

I. Sory

C. Vodounou*

Cette étude propose comme extension de la méthodologie d'AFRISTAT pour les comptes nationaux trimestriels un modèle à deux équations inspiré des modèles «espace-état» en vue d'estimer et de prédire les valeurs ajoutées trimestrielles inobservables et en déduire leur niveau annuel sur la base de l'information trimestrielle disponible. Le modèle d'état caractérisant la dynamique de la variable infra-annuelle observable est un SAR(1), processus autorégressif saisonnier d'ordre 1. Le modèle de mesure établit une relation de cointégration entre les données annuelles observables. L'application de ce modèle sur les données du Mali et du Bénin couvrant respectivement les périodes 2003-2015 et 2000-2015, conduit à des paramètres d'intérêt qui sont en général très significatifs. L'agrégation annuelle des estimations trimestrielles des valeurs ajoutées comparée aux données observées donne lieu parfois à des erreurs quadratiques moyennes élevées, notamment lorsque le nombre d'observations est faible (autour de 10 pour le Mali). Cependant, les prévisions sont globalement satisfaisantes puisque plus de 80% des intervalles de confiance recouvrent la valeur ajoutée observée pour le Bénin en 2015 contre 75% pour le Mali.

Introduction

L'intérêt pour les variables non observables est fréquent en économie et en sciences sociales tant dans les travaux empiriques que dans les théories économétriques. Ainsi, sur le plan économétrique, on considère que les variables inobservables sont des variables latentes liées à des variables observables avec erreurs de mesure [Jeffrey et al.(2005), Kmenta (1991)]. Elles peuvent être des variables dépendantes ou des variables explicatives ou encore être représentées par des proxys ou liées à des variables observables.

Dans les travaux appliqués de séries temporelles, l'importance de la saisonnalité dans l'analyse de l'impact des chocs économiques est négligée en raison de l'utilisation fréquente des données corrigées des variations saisonnières qui peuvent occasionner des pertes d'informations utiles à l'analyse conjoncturelle. Pourtant, la présence de racine unitaire de fréquence zéro et de racines unitaires saisonnières est bien connue dans les variables économiques [Engle et

Granger (1997), Hylleber, Engle, Granger et Yoo (1990), Franses (1994), ...].

L'objectif de cette étude est d'estimer et de prédire, dans le contexte des comptes nationaux trimestriels, les valeurs ajoutées trimestrielles inobservables en exploitant l'information disponible sur les indicateurs conjoncturels observables, en particulier le comportement saisonnier de ces indicateurs trimestriels.

En 2011, l'Observatoire économique et statistique d'Afrique subsaharienne (AFRISTAT), avec l'appui de ses partenaires techniques et financiers, a mis à la disposition des Instituts nationaux de la statistique (INS) des Etats membres, une méthodologie d'élaboration des comptes nationaux trimestriels selon l'approche économétrique basée sur la technique d'étalonnage-calage et l'approche mathématique. La technique de l'étalonnage-calage, la plus utilisée dans les Etats membres, repose sur un modèle de cointégration sur lequel est basée l'estimation des valeurs ajoutées trimestrielles.

*Roland Frédéric Ngampana est expert en statistiques d'entreprises roland.ngampana@afriostat.org, Ibrahima Sory est expert en comptabilité nationale ibrahima.sory@afriostat.org et Cosme Vodounou est Statisticien – Economètre et Directeur Général d'AFRISTAT cosme.vodounou@afriostat.org

La démarche proposée dans cette étude constitue une amélioration de la méthodologie développée par AFRISTAT en ce qu'elle intègre l'endogénéité des indicateurs infra-annuels de conjoncture considérés comme principaux déterminants des agrégats annuels que sont les valeurs ajoutées sectorielles. Elle se distingue donc de la technique d'étalonnage-calage par le fait qu'elle intègre dans l'équation de la mesure de l'agrégat annuel, le niveau et la variation de l'annualisé de l'indicateur infra-annuel à laquelle est associée une deuxième équation dynamique de l'indicateur infra-annuel.

Cette démarche repose sur deux étapes : une première étape qui vise à postuler une relation linéaire entre les variables observées à rythme annuel et d'en estimer les paramètres et une seconde étape qui utilise lesdits paramètres pour proposer des estimations et prévisions à court-terme de variable dépendante inobservable en exploitant la dynamique des indicateurs infra-annuels utilisés.

Le présent article est articulé autour de trois parties. La première partie fait le rappel de la méthodologie utilisée par les Etats, en l'occurrence la technique de l'étalonnage-calage, publiée par AFRISTAT et bien d'autres institutions que sont l'INSEE, le FMI, etc. La deuxième partie présente le modèle qui fait l'objet de cette étude et les estimateurs des paramètres y afférents avec leurs propriétés asymptotiques, de même que l'estimation et la prévision des valeurs ajoutées trimestrielles. Enfin, la troisième partie se consacre à l'application empirique sur quelques branches d'activité en exploitant les données de quelques pays.

Rappel de la méthodologie en vigueur dans les pays membres d'AFRISTAT sur le PIB trimestriel

Plus utilisée dans les Etats membres dans l'élaboration des comptes nationaux trimestriels, la technique de l'étalonnage-calage consiste en deux étapes. La première, dite de l'étalonnage, vise à postuler d'abord une relation stable entre l'agrégat annuel et l'indicateur conjoncturel annualisé et à estimer les paramètres ; ensuite, à utiliser cette relation pour l'estimation des agrégats infra-annuels non observés. La deuxième étape, dite celle de calage, consiste à mettre en cohérence le compte annuel et le compte trimestriel de telle sorte à établir l'égalité entre la somme des agrégats infra-annuels estimés pour les quatre trimestres et le niveau de l'agrégat annuel. Pour ce faire, une redistribution du résidu de l'équation de la première étape est utilisée.

1ère étape : estimation du modèle de base reposant sur l'équation suivante :

$$Y_t = \alpha + \beta I_t + U_t \text{ avec } t=1, \dots, T,$$

Y_t étant l'agrégat annuel et I_t l'indicateur annualisé

$$I_t = \sum_{i=4t-3}^{4t} I_i \text{ avec } i=1, \dots, 4T,$$

I_i étant l'indicateur infra-annuel

L'indicateur annualisé étant supposé stationnaire, l'agrégat infra-annuel Y_i est estimé en appliquant les méthodes des moindres carrés ordinaires (MCO) ou des moindres carrés généralisés (MCG) selon que les résidus sont supposés bruits blancs ou autocorrélés.

2ème étape : estimation de l'agrégat infra-annuel et calage

Une estimation de l'agrégat infra-annuel étalonné est obtenue par :

$$\hat{Y}_i = \frac{\hat{\alpha}}{4} + \hat{\beta} I_i \text{ avec } i=1, \dots, 4T$$

Pour assurer la cohérence entre l'agrégat annuel et la somme des estimations des agrégats trimestriels, les variations des résidus trimestriels sont lissées sous contrainte de cohérence entre le résidu annuel et la somme des résidus des quatre trimestres. Le résidu trimestriel est alors obtenu par lissage fondé sur le programme suivant :

$$\text{Min } \sum_{t=1}^T \sum_{i=4t-3}^{4t} (\hat{u}_i - \hat{u}_{i-1}) \text{ avec } i=1, \dots, 4T$$

Sous contrainte $\sum_{i=4t-3}^{4t} \hat{u}_i = \hat{u}_t$

Une estimation de l'agrégat infra-annuel étalonné et calé est obtenue par :

$$\hat{Y}_i = \frac{\hat{\alpha}}{4} + \hat{\beta} I_i + \hat{u}_i \text{ avec } i=1, \dots, 4T$$

Dans la pratique, les Etats utilisent l'application informatique Ecotrim (conçu par EUROSTAT) qui fournit directement l'agrégat infra-annuel étalonné et calé. Cette technique d'étalonnage-calage utilisée pour l'estimation de l'agrégat infra-annuel soulève quelques insuffisances. En premier lieu, elle n'intègre pas le comportement de l'indicateur infra-annuel qui, comme des données macroéconomiques, peuvent être non stationnaires. Cette non stationnarité a des implications sur l'inférence des paramètres du modèle. En second lieu, le calage qui implique une erreur d'estimation nulle sur l'indicateur conjoncturel annualisé couplé à la non prise en compte de la dynamique de l'indicateur infra-annuel rend difficile l'utilisation du modèle à des fins de prévision. Les tentatives de prévision qui ont été abordées avec ce modèle (BCEAO 2014, Cameroun 2012) sont basées sur des acquis de croissance qui supposent que le comportement de l'économie est inchangé à court-terme. Cette hypothèse paraît trop optimiste en situation de fortes fluctuations et occulte l'information disponible à la fin de chaque trimestre sur les indicateurs conjoncturels.

Méthodologie revisitée

Modèle et estimation des paramètres

Soient X_t un processus univarié inobservable à rythme trimestriel mais observable à rythme annuel et Q_n^S un processus observable à n'importe quelle fréquence. On désigne par X_t et Q_n^S respectivement les processus observables à rythme annuel de X_t et Q_n^S tel que $Q_n^S = \sum_{i=1}^S X_{n-1+i}$ avec $S=4$. Ils sont générés par le modèle défini par les équations (1) et (2) suivantes :

$$y_n = \alpha_0 + \beta_0 Q_n^S + u_n \quad n=1,2,\dots,N \quad (1)$$

$$X_t = \exp(cS/T) X_{t-S} + \varepsilon_t \quad t=1,2,\dots,SN \quad (2)$$

avec N le nombre d'années, $S = 4$ le nombre de trimestres dans une année, $T = SN$ le nombre total d'observations trimestrielles et ε_t l'erreur aléatoire supposée stationnaire de densité spectrale à la fréquence 0 vérifiant $\sigma_{\varepsilon_t}^2 = 2\pi f_{\varepsilon_t}(0)$. On peut donc écrire X_t en introduisant, comme dans HEGY (1990), la période s et l'année n comme ci-après $X_t = X_{sn} = X_{n-1+s}$ avec $s = 1,2,\dots,S$ et $n = 1,2,\dots,N$. Le processus X_t est saisonnier et quasi-intégré. Avec l'approximation $\exp(c/N) \approx 1 + c/N$, le paramètre c s'interprète comme la mesure de la déviation du processus X_t par rapport à la racine unitaire saisonnière. En effet, si $c = 0$, X_t est un processus autorégressif saisonnier d'ordre 1, SAR(1). Si $c < 0$ alors X_t est un processus localement stationnaire. Il est saisonnier et localement explosif si $c > 0$.

Dans le modèle (1), on suppose aussi que l'erreur aléatoire u_n est stationnaire et corrélée avec $v_n = \sum_{i=1}^S \varepsilon_{n-1+i}$. La corrélation entre u_n et v_n implique celle entre Q_n^S et v_n . De ce fait, Q_n^S est endogène. On pose $\omega_n = u_n, v_n'$ alors ω_n est un vecteur de processus faiblement stationnaires $I(0)$ vérifiant $E \omega_n = 0$ pour tout n avec les hypothèses classiques d'existence des moments. Si $c = 0$, Q_n^S est $I(0)$. Et si $\beta_0 \neq 0$, on en déduit sous l'hypothèse de

stationnarité de ω_n que le système y_n, Q_n^S' est cointégré avec $(-\beta)$ comme vecteur de cointégration.

La densité spectrale $f_{\omega_t}(0)$ à la fréquence 0 de ω_t est donnée par la matrice Ω définie par

$$\Omega = 2\pi f_{\omega_t}(0) = \sum_{j=-\infty}^{\infty} E \omega_t \omega_{t-j}' = \begin{bmatrix} \omega_{11} & \omega_{21} \\ \omega_{12} & \omega_{22} \end{bmatrix} > 0$$

avec $\omega_{12} = \omega_{21}$. Si u_n et v_n n'étaient pas corrélés, alors $\omega_{12} = \omega_{21} = 0$ et Q_n^S seraient exogènes.

Considérons L , la matrice triangulaire supérieure définie par

$$L = \begin{bmatrix} 1 & -\omega_{12}\omega_{22}^{-1} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3)$$

et $(u_n, v_n)' = L \omega_n$. Le processus aléatoire ε_{u,v_n} est orthogonal à v_n au sens où la densité spectrale à la fréquence 0 est une matrice diagonale. Celle-ci vaut:

$$2\pi f_{\varepsilon_{u,v_n}, v_n}(0) = \begin{bmatrix} \omega_{11} - \omega_{12}\omega_{22}^{-1} & 0 \\ 0 & \omega_{22} \end{bmatrix} > 0$$

On en déduit que le modèle (1) est équivalent à:

$$y_n = \alpha_0 + \beta_0 Q_n^S + \gamma_0 \Delta_c Q_n^S + \varepsilon_{u,v_n} \quad n=1,2,\dots,N \quad (4)$$

avec $\Delta_c Q_n^S = Q_n^S - \exp(c/N) Q_{n-1}^S = v_n$ et $\gamma_0 = \omega_{12}\omega_{22}^{-1}$.

Pour l'estimation des paramètres, on considère la régression augmentée ci-après:

$$y_n = \alpha + \beta Q_n^S + \gamma \Delta_c Q_n^S + \eta_n \quad (5)$$

Sous l'hypothèse d'endogénéité de Q_n^S , la régression (5) présente deux avantages. En premier lieu, elle permet de faire l'inférence sur β en se basant sur l'approche standard fondée sur la normalité (voir annexe et aussi Phillips et Hansen (1990) et Jansson (2002)); en second lieu, elle permet d'exploiter la dynamique de Q_n^S pour prédire les futurs de y_n .

Les estimateurs des moindres carrés ordinaires de α , β et γ sont donnés par $\hat{\Gamma} = (X'X)^{-1}X'y$ avec $\hat{\Gamma} = (\hat{\alpha}, \hat{\beta}, \hat{\gamma})'$, X est la matrice $N \times 3$ des variables explicatives telle que $X = [1 \ Q^S \ \Delta_c Q^S]$ et y le vecteur des observables y_n . Sous l'hypothèse nulle $H_0: \beta = \beta_0 \neq 0, \gamma = \gamma_0$, on a

$$\hat{\Gamma} - \Gamma_0 = (X'X)^{-1}X'\varepsilon_{uv} \quad (6)$$

avec $\Gamma_0 = (\alpha_0, \beta_0, \gamma_0)'$, et $var(\hat{\Gamma}) = \sigma_{\varepsilon_{uv}}^2 (X'X)^{-1}$

L'estimateur $\hat{\alpha}$ des moindres carrés ordinaires du paramètre α est convergent et les estimateurs $\hat{\beta}$ et $\hat{\gamma}$ de β et γ sont hyperconvergents au sens où d'une part, $\sqrt{N}(\hat{\alpha} - \alpha_0)$ et $N(\hat{\beta} - \beta_0)$ sont asymptotiquement gaussiens et $N(\hat{\gamma} - \gamma_0)$ converge vers une loi non standard et, d'autre part, $\hat{\beta} - \beta_0 = o_P(1)$,

$\hat{\alpha} - \alpha_0 = o_P(1)$ et $\hat{\gamma} - \gamma_0 = o_P(1)$ (Voir proposition 2 en annexe).

Estimation et Prévision infra-annuelles de l'inobservable y_t

L'estimation de la variable annualisée y_n fondée sur la régression (5) est donnée par

$$\hat{y}_n = \hat{\alpha} + \hat{\beta}Q_n^S + \hat{\gamma}\Delta_c Q_n^S \quad (7) \text{ avec comme}$$

erreur d'estimation $\hat{y}_n - y_n$ et l'erreur quadratique moyenne $RMSE = \left[N^{-1} \sum_{n=1}^N (y_n - \hat{y}_n)^2 \right]^{1/2}$ qui converge vers $\sigma_{\varepsilon_{u,v_n}}$ lorsque N est de plus en plus grand.

Pour estimer la variable infra-annuelle inobservable $y_t = y_{S \leftarrow t \rightarrow s}$ sur la période d'observation des données annuelles, on fait l'hypothèse que la variable $y_{S \leftarrow t \rightarrow s}$ sous la contrainte $y_n = \sum_{s=1}^S y_{S \leftarrow t \rightarrow s}$ obéit de façon implicite au processus générateur de données similaire à (2). On en déduit l'estimation

$$\hat{y}_{S \leftarrow t \rightarrow s} \text{ suivante pour } y_{S \leftarrow t \rightarrow s} : \hat{y}_{S \leftarrow t \rightarrow s} = \hat{\alpha}/S + \hat{\beta}X_{S \leftarrow t \rightarrow s} + \hat{\gamma} \left[X_{S \leftarrow t \rightarrow s} - \exp(c/N) X_{S \leftarrow t \rightarrow s} \right] \quad (8)$$

avec la contrainte $\hat{y}_n = \sum_{s=1}^S \hat{y}_{S \leftarrow t \rightarrow s}$

On s'intéresse à la prévision de y_t à la date $t+h$ conditionnellement à l'information disponible à la date t en exploitant le modèle (2) avec la même hypothèse que ci-dessus. Ainsi, pour l'année n , on peut écrire y_t en fonction de n, S et de la saison $s = 1, \dots, S$ de la façon suivante : $y_t = y_{S \leftarrow t \rightarrow s}$. L'information disponible à la date n , est constituée

des passés de y_n , soit y_{n-1}, y_{n-2}, \dots , et des données trimestrielles correspondantes $X_{S \leftarrow (n-2) \rightarrow s}, X_{S \leftarrow (n-3) \rightarrow s}, \dots$ avec $s=1, 2, \dots, S$ auxquelles s'ajoutent pour l'année courante les $X_{S \leftarrow (n-1) \rightarrow h}$ pour $h=1, \dots, s$.

Sur la base de l'expression (2) et de la proposition 1, on propose pour $y_{S \leftarrow t \rightarrow s}$ la prévision suivante à la date $S \leftarrow n-1 \rightarrow s+h$:

$$\hat{y}_{S \leftarrow n-1 \rightarrow s+h} / I_t = \begin{cases} \hat{\alpha}/S + \hat{\beta}X_{S \leftarrow n-1 \rightarrow s+h} + \hat{\gamma} \left[X_{S \leftarrow n-1 \rightarrow s+h} - \exp(c/N) X_{S \leftarrow n-2 \rightarrow s+h} \right] & \text{si } h=0 \\ \hat{\alpha}/S + \hat{\beta} \exp(c/N) X_{S \leftarrow n-2 \rightarrow s+h} & \text{si } 1 \leq h \leq S-s \end{cases} \quad (9)$$

On en déduit que, pour tout $s=1, \dots, S$, la prévision annuelle de y_n fondée sur l'information disponible à la période $t=S \leftarrow n-1 \rightarrow s$ est donnée par $\hat{y}_n / I_t = \Psi_s \hat{\Gamma}$ avec Ψ_s la matrice 1×3 définie par $\Psi_s = [1 \quad Z_{1,s} \quad Z_{2,s}]$

$$\text{où } Z_{1,s} / I_t = \begin{cases} \exp(c/N) Q_{n-1}^S + \sum_{h=1}^s \Delta_c X_{S \leftarrow n-1 \rightarrow h} & \text{si } s < S \\ Q_n^S & \text{si } s = S \end{cases} \quad (10)$$

$$\text{et } Z_{2,s} / I_t = \begin{cases} \sum_{h=1}^s \Delta_c X_{S \leftarrow n-1 \rightarrow h} & \text{si } s < S \\ \Delta_c Q_n^S & \text{si } s = S \end{cases} \quad (11)$$

L'erreur de prévision $e_n = y_n - \hat{y}_n / I_t$ de la variable annuelle y_n fondée sur l'information disponible à la fin de la saison s de l'année n a comme variance σ_e^2 donnée par

$$\sigma_e^2 = var e_n = \sigma_{\varepsilon_{u,v_n}}^2 \left(1 + \Psi_s X' X^{-1} \Psi_s' \right) \quad (12)$$

On en déduit, l'intervalle de confiance $I \left(\hat{y}_n \right)$ au seuil $1 - \alpha$ ci-après:

$$I \left(\hat{y}_n \right) = \hat{y}_n / I_t - \sigma_e t_{1-\alpha/2}; \hat{y}_n / I_t + \sigma_e t_{1-\alpha/2} \quad (13)$$

où $t_{1-\alpha/2}$ est le quantile d'ordre $1 - \alpha/2$ de la loi normale centrée et réduite $N(0, 1)$.

Applications empiriques : estimation et prévision de quelques valeurs ajoutées trimestrielles

Les données utilisées sont celles provenant des Instituts nationaux de statistique du Bénin sur la période 2000-2015 et du Mali sur celles plus réduites de 2003-2015. Elles portent sur les composantes

sectorielles de l'indice harmonisé de production industrielle (IHPI) et du produit intérieur brut à prix constants (PIB).

En vue de réaliser les prévisions de valeurs ajoutées trimestrielles pour l'année 2015, la période d'estimation des paramètres du modèle et des valeurs ajoutées trimestrielles sont réduites à 2000-2014 pour le Bénin et 2003-2014 pour le Mali.

Estimation de valeurs ajoutées trimestrielles et comparaison avec les valeurs annuelles observées

L'estimation des paramètres procèdent en deux étapes. La première estime le modèle d'état sur données trimestrielles et en récupère les paramètres d'intérêt. La seconde porte sur le modèle dit « de mesure » sur données annuelles. L'attention étant focalisée sur la significativité des paramètres du modèle, en particulier α , β , et γ pour certaines branches, on note que le paramètre de l'indice harmonisé de production industrielle (IHPI) de la branche n'est pas significatif, ce qui a amené à remplacer l'IHPI de la branche par l'IHPI d'une autre branche ou l'IHPI global pour exploiter l'interdépendance de celles-ci. Cependant, tenant compte de la corrélation entre les IHPI des branches, les variables « étalon » ou explicatives au sens de la significativité des paramètres d'intérêt, ont pu être identifiées.

La non significativité des coefficients de l'IHPI de la branche concernée pourrait s'expliquer d'une part, par la faible représentativité de l'échantillon ayant servi aux calculs de cet indicateur, et d'autre part, par la non prise en compte du secteur informel qui s'avère important dans certaines branches.

Les tests de racine unitaire sont faits sur les résidus ($\hat{\varepsilon}_t$) de l'équation (2) en utilisant l'approche GLS-detrending de Elliot et al (1996) avec les statistiques de la classe MZ reconnues pour leur bon niveau et leur bonne puissance dans les petits échantillons. S'agissant des tests de cointégration qui reposent sur les tests de racine unitaire sur les résidus ($\hat{\eta}_n$) de l'équation de mesure (5), ils ont été réalisés avec la statistique Z en exploitant les travaux récents de Perron et Rodriguez (2016) développés avec l'approche GLS detrending. Les résultats présentés en annexe, montrent qu'au niveau conventionnel de 5% l'hypothèse nulle de non cointégration est rejetée au profit de celle de la cointégration.

Les tableaux 3 et 4 présentent respectivement les résultats pour le Bénin et le Mali. On note, en général, l'impact significatif à la fois de l'indicateur annualisé de l'IHPI et de sa variation sur la valeur ajoutée sectorielle relative à la branche retenue.

Ainsi, pour le Mali, l'augmentation de l'IHPI de la branche « extraction d'or », fait diminuer la production des branches « Agriculture d'exportation »,

« métallurgie fonderie (or) » et « autres industries ». En revanche, la variation de cet indice sur deux années consécutives accroît la production des branches considérées. L'ampleur de cette variation couplée avec le niveau annuel de l'indice est déterminante pour l'appréciation de la variation de la production desdites branches. Des résultats similaires sont obtenus pour l'ensemble des branches avec des paramètres α et γ significatifs et de signes opposés à l'exception de la branche « activités extractives ».

Pour les données du Bénin, les paramètres d'intérêt estimés sont aussi significatifs et de signes opposés pour toutes les branches, sauf pour la branche « électricité, gaz et eau » où les signes sont tous positifs avec la variable explicative identique à l'IHPI de ladite branche.

L'estimation des valeurs ajoutées trimestrielles à l'aide des paramètres estimés et de l'information disponible sur les indicateurs infra-annuels a été réalisée sur la période d'observation. L'agrégation annuelle qui en résulte est comparée à la valeur ajoutée observée par branche. Les graphiques 1 et 2 présentent l'évolution simultanée des valeurs observées et estimées. La synthèse de la comparaison est donnée par l'erreur quadratique moyenne comparée à la moyenne de la valeur ajoutée observée (Tableau 2).

L'analyse des graphiques simultanés 1 et 2 couplés avec les erreurs quadratiques moyennes montre la bonne qualité des résultats obtenus sur les données du Bénin en comparaison avec ceux du Mali, même si pour les deux branches « activités extractives » et « électricité et eau » les résultats sont plus satisfaisants.

Tableau 2 :
Erreur quadratique moyenne rapportée à la moyenne de la valeur ajoutée observée

Mali		Bénin	
Branche	EQM/moy. (VA)	Branche	EQM/moy. (VA)
Agriculture d'exportation	9,87	Agriculture	1,01
Activités extractives	1,15	Industries agro-alimentaires	1,96
Industries agroalimentaires	7,65	Transports, postes et télécom.	1,58
Textiles	9,82	Elec., gaz et eau	0,62
Métallurgie fonderie (Or)	13,38	BTP	1,37
Autres industries	1,74	Commerce, restaurants et hôtels	2,60
Elec. et eau	0,70		
Construction	5,93		

Sources: Nos calculs, données INSAE-Bénin et INSTAT-Mali

Tableau 3 :
Estimation des paramètres du modèle de régression sur données annuelles du Bénin

Branche	Variable "étalon"	Paramètres estimés			variance/densité spectrale			Nombre d'observations (N)	R ²
		α	β	γ	exp(c/n)	v_n	$\varepsilon_{u.v_n}$		
Agriculture	ihpi global	177,89	0,73	-0,703	1,04	1,06	1,5686	14	0.893
	t-stat normalisé	7,12 *	12,86 ***	-12,508 ***					
Transports, postes et télécommunications	ihpi global	124,66	0,83	-0,083	1,04	1,06	0,7244	14	0.924
	t-stat normalisé	-2,67 **	7,84 ***	-0,801					
Electricité, gaz et eau	ihpi Electricité et eau	-17,77	0,08	0,024	1,08	1,12	0,51	14	0.934
	t-stat normalisé	-2,82 **	6,21 ***	2,112 **					
BTP	ihpi autres industries	87,59	0,28	-0,105	1,02	1,43	0,4816	14	0.557
	t-stat normalisé	1,31	1,72 *	-2,494 **					
PIB_Comres-s	ihpi autres industries	158,33	0,54	-0,424	1,02	1,43	0,6939	14	0.617
	t-stat normalisé	1,81 *	2,50 **	-7,743 ***					
Industries Agro-alimentaires	ihpi industries agro-alimentaires	417,28	-0,35	0,065	1,03	1,20	0,56	14	0.516
	t-stat normalisé	5,140 **	-1,9096 *	-0,882					

Source: Nos calculs, données INSAE, Bénin; Période 2001-2014, (***),(**),(*)= significatifs à 1%,2% et 10%

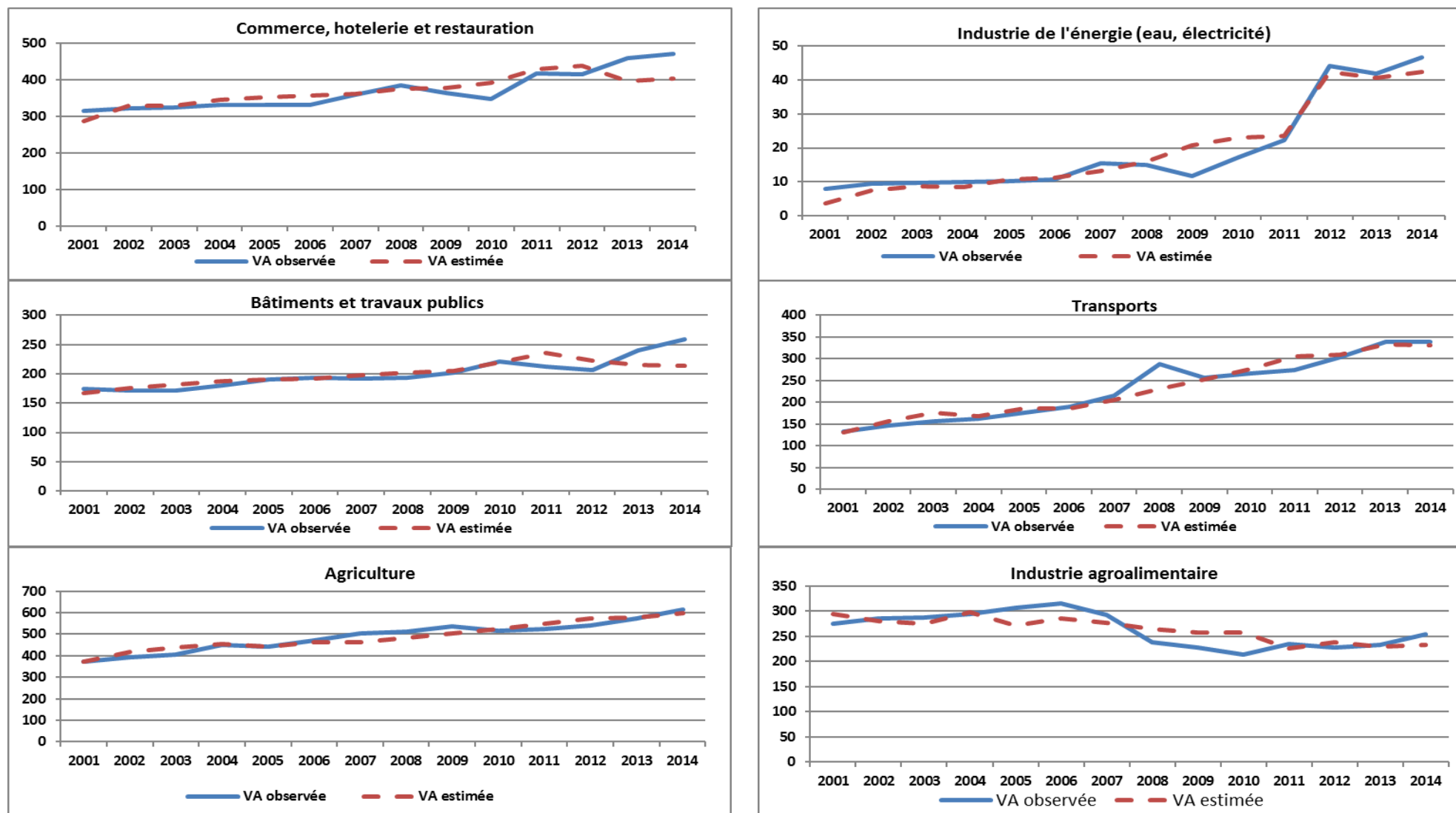
Tableau 4 :
Estimation des paramètres du modèle de régression sur données annuelles du Mali

Branche	Variable "étalon"		Paramètres estimés				variance/densité spectrale			Nombre d'observations (N)	R ²
			α	β	β	γ	exp(c/n)	v_n	ε_{u,v_n}		
R2Agriculture d'exportation	IHPI Extraction d'or	t-stat normalisé	186,42 0,22	-0,321 -25,494 ***		0,288 17,044 ***	0,8897	1,38	1,4502	11	0.412
Activités extractives	IHPI global	t-stat normalisé	66,92 0,04	-0,081 -7,216 ***		-0,094 -5,153 ***	0,9836	1,141	0,0627	11	0.404
Industries agroalimentaires	Fabrication de produits alimentaires	t-stat normalisé	264,58 0,06	-0,314 -6,885 ***		0,678 32,773 ***	0,9777	0,7794	0,8385	11	0.510
Textiles	IHPI composite "Fabrication de textiles" et "Fabrication d'article d'habillement, teinture fourrure"	t-stat normalisé	-125,30 -0,01	0,562 8,008 ***		-0,397 -15,902 ***	0,9458	1,417	0,2249	11	0.500
Métallurgie fonderie (Or)	IHPI Extraction d'or	t-stat normalisé	710,86 0,36	-1,472 -51,298 ***		0,734 36,183 ***	0,8897	1,38	5,2378	11	0.787
Autres industries	IHPI Extraction d'or	t-stat normalisé	117,46 0,41	-0,125 -30,172 ***		0,071 5,493 ***	0,8897	1,38	0,2704	11	0.445
Electricité et eau	IHPI composite "production d'eau et électricité" et "Captage, traitement et distribution d'eau"	t-stat normalisé	53,50 0,22	-0,028 -80,268 ***		-0,011 -1,164 **	1,075	1,1076	0,0327	11	0.558
Construction	IHPI global	t-stat normalisé	-13,04 -0,01	0,108 11,382 ***		-0,138 -49,319 ***	0,9777	1,141	2,5132	11	0.314

Source: Nos calculs, données INSTAT, Mali; Période 2004-2014, (***),(**),(*)= significatifs à 1%,2% et 10%

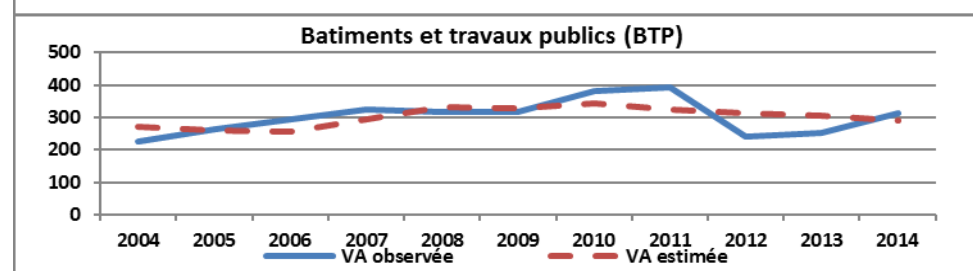
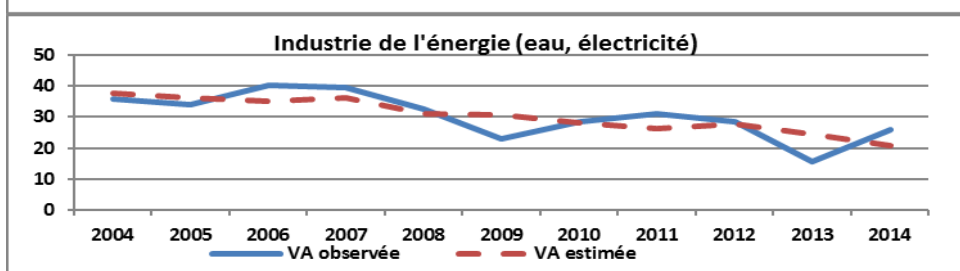
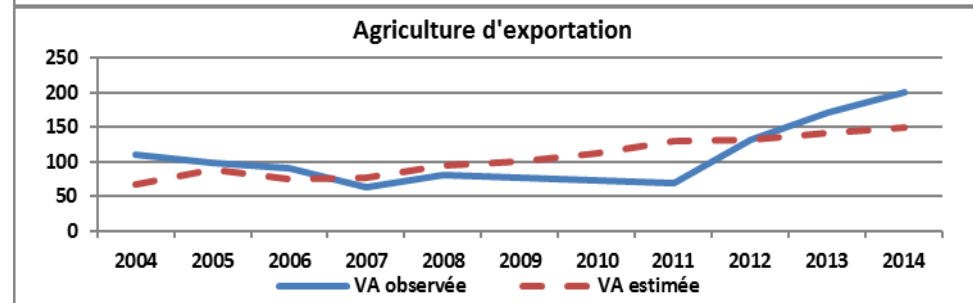
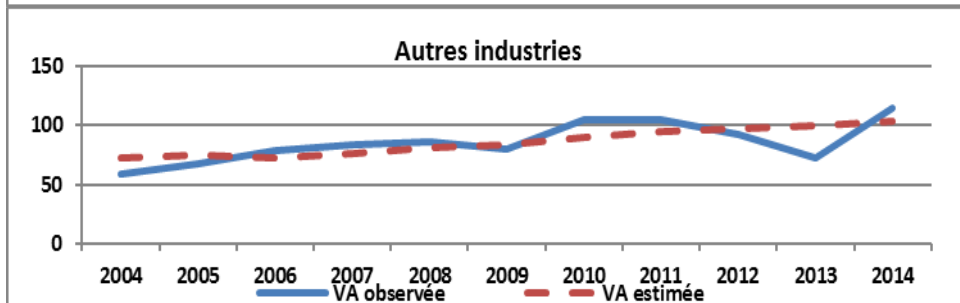
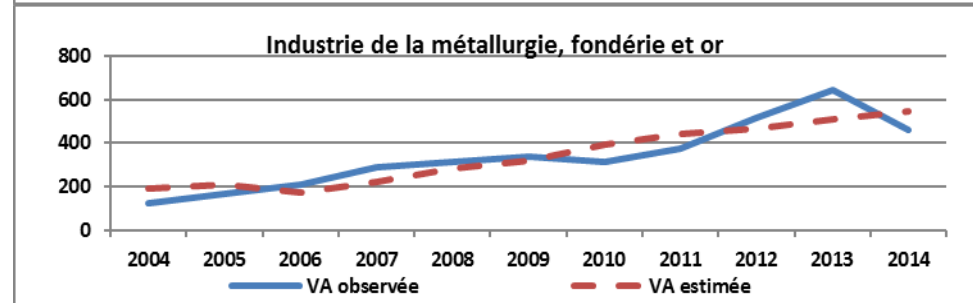
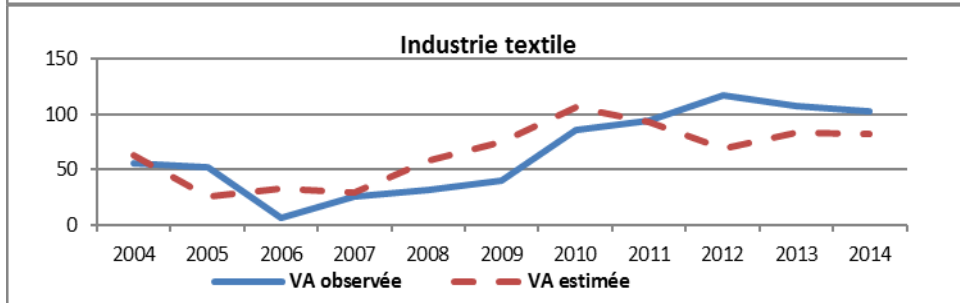
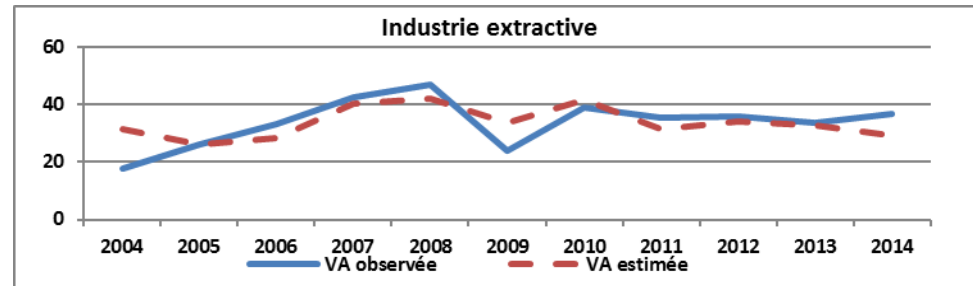
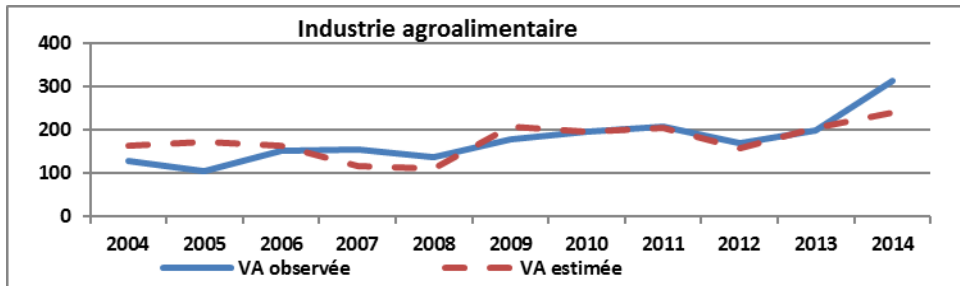
Graphique 1 :

Evolution simultanée de l'agrégation des valeurs ajoutées trimestrielles estimées et de celles annuelles observées du Bénin



Graphique 2 :

Evolution simultanée de l'agrégation des valeurs ajoutées trimestrielles estimées et de celles annuelles observées du Mali



Prévision des valeurs ajoutées trimestrielles et annuelles de 2015

On exploite l'information trimestrielle disponible sur les IHPI des années 2014 et 2015 pour prédire pour l'année 2015, les valeurs ajoutées trimestrielles inobservables et en déduire les valeurs ajoutées annuelles pour la même année. Les tableaux 6 et 7 (en annexes) présentent les prévisions ponctuelles et les intervalles de confiance.

Conformément à ce qui est attendu, les résultats mettent en relief le fait que les prévisions varient en fonction du trimestre avec une meilleure précision pour les valeurs ajoutées annuelles lorsque l'information trimestrielle disponible augmente. Il s'ensuit pour l'ensemble des branches que la longueur de l'intervalle de confiance se rétrécit lorsqu'on tend vers la fin de l'année de prévision.

Globalement, les résultats des prévisions sont satisfaisants si on se réfère au taux de recouvrement de la valeur ajoutée annuelle observée ; 83% des intervalles de confiance recouvrent la valeur ajoutée observée pour le Bénin en 2015 contre 75% pour le Mali.

Conclusion

Cette étude a fait le choix d'un modèle à deux équations intégrant la dynamique saisonnière des indicateurs infra-annuels pour estimer et prédire les valeurs ajoutées trimestrielles inobservables et en déduire leur niveau annuel sur la base de l'information trimestrielle disponible.

Le modèle d'état caractérisant la dynamique de la variable infra-annuelle observable est un SAR(1), processus autorégressif saisonnier d'ordre 1. Il est couplé au modèle de mesure proposé pour les données annuelles observables lequel est d'une portée pratique puisque l'inférence sur les paramètres d'intérêt est fondée sur la loi normale standard pour deux d'entre eux et sur une distribution non standard dont les queues de distributions ont été tabulées par simulation de Monte Carlo pour le paramètre lié à la variation de l'indicateur infra-annuel.

Les paramètres d'intérêt sont en général très significatifs. L'agrégation annuelle des estimations trimestrielles des valeurs ajoutées comparée aux données observées conduit parfois à des erreurs quadratiques moyennes élevées, notamment lorsque le nombre d'observations est faible (autour de 10 pour le Mali). Cependant, les prévisions sont globalement satisfaisantes puisque plus de 80% des intervalles de confiance recouvrent la valeur ajoutée observée pour le Bénin en 2015 contre 75% pour le Mali.

Les résultats obtenus permettent de tirer comme enseignement majeur l'inadéquation pour certaines branches de l'indice harmonisé de production industrielle (IHPI) comme déterminant principal de la valeur ajoutée avec pour conséquence le choix de l'IHPI d'une autre branche ou de l'IPHI global. Il est donc important qu'une veille soit assurée pour l'efficacité du dispositif de production en mettant l'accent sur, notamment, la mise à jour de l'échantillonnage des entreprises de la branche concernée et la prise en compte du secteur informel.

Références Bibliographiques

AFRISTAT (2011), manuel méthodologique de production des comptes trimestriels dans les Etats d'Afrique au sud du Sahara, Séries Méthodes N°11.

BCEAO (2014), Estimation du PIB trimestriel de l'UEMOA : approche méthodologique et résultats obtenus, Dakar (Sénégal).

Dickey, D.A. and W.A. Fuller, (1979), Distribution of the estimators for autoregressive time series with a unit root, Journal of the American Statistical Association 74, 4277431.

Dickey, D.A., D.P. Hasza, and W.A. Fuller, (1984), Testing for unit roots in seasonal time series, Journal of the American Statistical Association 79, 3555367.

Elliott, G., T. Rothenberg, et J. H. Stock (1996) Efficient Tests for an Autoregressive Unit Root, Econometrica, 64,813-836.

Erik Hjalmarsson and Pär Österholm (2007), Testing for Cointegration Using the Johansen Methodology when Variables are Near-Integrated, International Monetary Found WP/07/141.

Fuller, W.A., (1976), Introduction of statistical time series (Wiley, New York, NY).

Ghysels et al (1994), Testing for unit roots in seasonal time series: Some theoretical extensions and a Monte Carlo investigation*, Journal of Econometrics 62 (1994) 415-442. North-Holland.

Hylleberg, S., R.F. Engle, C.W.J. Granger, and B.S. Yoo, (1990), Seasonal integration and cointegration, Journal of Econometrics 44, 215-238.

INS-CAMEROUN (2012), Les comptes nationaux trimestriels : document de méthodologie, Yaoundé (Cameroun).

Jan Kmenta (1991) Latent variables in econometrics, Wiley Online Library Statistica Neerlandica Volume 45, Issue 2.

Jansson, M. (2002), Consistent covariance matrix estimation for linear processes. Econometric Theory, 18,2002, 1449-1459.

Jeffrey B. Lewis and Drew A. Linzer (2005), Estimating Regression Models in Which the Dependent Variable Is Based on Estimates, Political Analysis (2005) 13:345–364.

Perron, P et G. Rodriguez (2016), Residuals-based Tests for Cointegration with GLS Detrended Data, Econometrics Journal, vol 19, pp. 84-111.

Phillips, P.C.B. and B.E. Hansen (1990), Statistical inference in instrumental variables regression with I(1) variables. Review of Economic Studies 57, 99–125.

Phillips, P.C.B. and P. Perron (1988), Testing for Unit Roots in Time Series Regression, Biometrika, 75, 335-346.

Valkanov, R.(2003), Long-Horizon Regressions: Theoretical Results and Applications. Journal of Financial Economics 68:201–32.

Annexes

Estimateurs des moindres carrés ordinaires de α , β et γ et leurs propriétés asymptotiques

Proposition 1 : Soient les processus univariés X_t et X_t^S définis par les équations (1) et (2) et Q_n^S le processus annualisé de X_t tel que

$$Q_n^S = \sum_{i=1}^S X_{n-1+i}$$

Soient $\bar{y} = N^{-1} \sum_{n=1}^N y_n$ et

$\bar{Q}^S = N^{-1} \sum_{n=1}^N Q_n^S$ pour $n = 1, \dots, N$. Sous l'hypothèse de

faible stationnarité de $\omega_n = (u_n, v_n)'$, on pose

$$\omega_n = L (u_n, v_n)' = \varepsilon_{u,v_n, v_n}' \text{ où } L = \begin{bmatrix} 1 & -\omega_{12}\omega_{22}^{-1} \\ 0 & 1 \end{bmatrix}. \text{ Si}$$

$$S_{Nr} = \sum_{n=1}^{Nr} \omega_n, \text{ on a lorsque}$$

$$N \rightarrow \infty, N^{-1/2} S_{Nr} \Rightarrow B_r = B_1 r, B_2 r' = \begin{bmatrix} \omega_{11}^{1/2} W_1(r), \omega_{22}^{1/2} W_2(r) \end{bmatrix}$$

où $\omega_{11} = \omega_{11} - \omega_{12}\omega_{22}^{-1}$, $\Omega = 2\pi f_{\omega_t}$ et $\begin{bmatrix} \omega_{11} & \omega_{12} \\ \omega_{12} & \omega_{22} \end{bmatrix}$ est un vecteur de dimension 2 de mouvements browniens standards indépendants. Sous ces hypothèses, on a:

$$i) Q_n^S = \exp(c/N) Q_{n-1}^S + v_n$$

$$ii) N^{-1/2} (Q_n^S - \bar{Q}^S) \Rightarrow \omega_{22}^{1/2} J_c^\mu r \text{ avec}$$

$$J_c^\mu r = J_c(r) - \int_0^1 J_c(s) ds \text{ et } J_c(r) = \int_0^1 \exp(c r - s) dW_2(s)$$

$$iii) N^{-2} \sum_{n=1}^N (Q_n^S - \bar{Q}^S)^2 \Rightarrow \omega_{22} \int_0^1 [J_c^\mu(r)]^2 dr$$

$$iv) N^{-1} \sum_{t=1}^T (Q_n^S - \bar{Q}^S) \varepsilon_{u,v_n} \Rightarrow \omega_{22}^{1/2} \omega_{11}^{1/2} \int_0^1 J_c^\mu r dW_1 r$$

La preuve de cette proposition est établie sans peine. Elle est néanmoins présentée dans les travaux de Janssen(2002) et de façon particulière pour le cas où $c = 0$ dans Phillips et Hansen (1990).

Proposition 2 : L'estimateur $\hat{\alpha}$ des moindres carrés ordinaires du paramètre α est convergent et les estimateurs $\hat{\beta}$ et $\hat{\gamma}$ de β et γ sont hyperconvergentes au sens où d'une part, $\sqrt{N} (\hat{\alpha} - \alpha_0)$ et $N (\hat{\beta} - \beta_0)$ sont asymptotiquement gaussiens et $N (\hat{\gamma} - \gamma_0)$ converge vers une loi non standard et, d'autre part, $\hat{\beta} - \beta_0 = o_p(1)$,

$\hat{\alpha} - \alpha_0 = o_p(1)$. et $\hat{\gamma} - \gamma_0 = o_p(1)$. Les expressions des distributions asymptotiques sont données respectivement par:

$$N \hat{\beta} - \beta_0 \Rightarrow \frac{\omega_{11}^{1/2} \int_0^1 J_c^\mu r dW_1 r}{\omega_{22}^{1/2} \int_0^1 [J_c^\mu(r)]^2 dr}$$

$$\sqrt{N} \hat{\alpha} - \alpha_0 \Rightarrow -\omega_{11}^{1/2} \int_0^1 J_c(s) ds \frac{\int_0^1 J_c^\mu r dW_1 r}{\int_0^1 [J_c^\mu(r)]^2 dr} \quad (14)$$

$$\text{et } N \hat{\gamma} - \gamma_0 \Rightarrow -\frac{\omega_{11}\omega_{22} - \omega_{12}^2 \omega_{22}^{-1}}{\sigma_v^2} \frac{\int_0^1 J_c^\mu r dW_2 r}{\int_0^1 [J_c^\mu(r)]^2 dr} \int_0^1 J_c^\mu r dW_1 r$$

(15)

Les t-statistiques $t_{\hat{\beta}}$ et $t_{\hat{\alpha}}$ associés aux estimateurs $\hat{\beta}$

et $\hat{\alpha}$ sont asymptotiquement gaussiens. La loi asymptotique identique des t-statistiques est donnée par

$$\frac{\hat{\sigma}_{\varepsilon_{u,v_n}}}{\hat{\omega}_{11}^{1/2}} t_{\hat{\beta}} \Rightarrow \frac{\int_0^1 J_c^\mu r dW_1 r}{\left[\int_0^1 [J_c^\mu(r)]^2 dr \right]^{1/2}} \equiv N(0,1) \quad (16)$$

Celle du t-statistique de $\hat{\gamma}$ est donnée par

$$\frac{\hat{\sigma}_{\varepsilon_{u,v_n}}}{\hat{\omega}_{11}^{1/2}} \frac{\hat{\sigma}_v}{\omega_{22}^{1/2}} N^{1/2} t_{\hat{\gamma}} \Rightarrow -\frac{\int_0^1 J_c^\mu r dW_2 r}{\left[\int_0^1 [J_c^\mu(r)]^2 dr \right]^{1/2}} \frac{\int_0^1 J_c^\mu r dW_1 r}{\left[\int_0^1 [J_c^\mu(r)]^2 dr \right]^{1/2}} \quad (17)$$

où $\hat{\sigma}_{\varepsilon_{u,v_n}}^2 = N^{-1} \sum_{n=1}^N \hat{\varepsilon}_{u,v_n}^2$

et

$$\hat{\omega}_{11} = 2\pi \int_{\varepsilon_{u,v_n}} \hat{\varepsilon}_{u,v_n}^2 = N^{-1} \sum_{n=1}^N \hat{\varepsilon}_{u,v_n}^2 + 2N^{-1} \sum_{\tau=1}^l \sum_{n=1+\tau}^N \left(1 - \frac{\tau}{1+l}\right) \hat{\varepsilon}_{u,v_\tau} \hat{\varepsilon}_{u,v_{n-\tau}}$$

Remarque : i) Si Q_n^S était exogène, alors le paramètre β pourrait être estimé par la régression (5) sans

l'extension à la variable $\Delta_c Q_n^S$ et $\frac{\hat{\sigma}_{\varepsilon_{u,v_n}}}{\hat{\omega}_{11}^{1/2}} t_{\hat{\beta}} \Rightarrow N(0,1)$.

Si de plus u_n était i.i.d $0, \sigma_u^2$ alors $t_{\hat{\beta}} \Rightarrow N(0,1)$.

ii) Si $\omega_n = u_n, v_n$ est i.i.d $0, \Sigma$ alors

$$\Omega = 2\pi f_{\omega_t} = \Sigma = \begin{bmatrix} \sigma_u^2 & \sigma_{uv} \\ \sigma_{uv} & \sigma_v^2 \end{bmatrix}$$

iii) La distribution asymptotique de la statistique pivotale

$$\frac{\hat{\sigma}_{\varepsilon_{u,v_n}}}{\hat{\omega}_{11}^{1/2}} \frac{\hat{\sigma}_v}{\omega_{22}^{1/2}} N^{1/2} t_{\hat{\gamma}}$$

donnée par (10) est non standard.

Elle est le produit de la normale centrée réduite $N(0,1)$

$$\equiv \frac{\int_0^1 J_c^\mu r dW_1 r}{\left[\int_0^1 [J_c^\mu(r)]^2 dr \right]^{1/2}}$$

et celle de Dickey-Fuller (1979), tabulée déjà par Fuller (1976) dans le cadre des tests de racine unitaire lorsque $c = 0$. L'extension de cette dernière à des valeurs non nulles de c a été tabulée par Phillips et Perron (1988). Il est important de noter que l'utilisation du $t_{\hat{\gamma}}$ sans le facteur multiplicateur $N^{1/2}$

conduirait au non rejet le plus souvent de l'hypothèse nulle $H_0: \gamma = \gamma_0$.

iv) Le coefficient de détermination R^2 converge vers 1 lorsque N tend vers l'infini.

Preuve de la proposition 2 :

Soit la régression augmentée définie par (5)

$$y_n = \alpha + \beta Q_n^S + \gamma \Delta_c Q_n^S + \eta_n \quad (18)$$

Les paramètres β et γ sont estimés par OLS en considérant l'équation

$$y_n - \bar{y} = \beta (Q_n^S - \bar{Q}^S) + \gamma (\Delta_c Q_n^S - \overline{\Delta_c Q}^S) + \eta_n \quad (19)$$

et le paramètre α est estimé par $\hat{\alpha} = \bar{y} - \hat{\beta} \bar{Q}^S - \hat{\gamma} \overline{\Delta_c Q}^S$.

On

pose :

$$\Delta = \Sigma (Q_n^S - \bar{Q}^S)^2 \left[\Sigma (\Delta_c Q_n^S - \overline{\Delta_c Q}^S)^2 \right] - \left[\Sigma (Q_n^S - \bar{Q}^S) (\Delta_c Q_n^S - \overline{\Delta_c Q}^S) \right]^2$$

et on note que $v_n = \Delta_c Q_n^S$.

Les estimateurs des moindres carrés ordinaires de β et γ sont donnés sous l'hypothèse nulle par :

$$\hat{\beta} - \beta_0 = \frac{\Sigma (Q_n^S - \bar{Q}^S) \varepsilon_{u,v_n} + \Sigma (Q_n^S - \bar{Q}^S) v_n \Sigma v_n \varepsilon_{u,v_n}}{\Sigma (v_n - \bar{v})^2} \quad \text{et}$$

$$\hat{\gamma} - \gamma_0 = \frac{-[\Sigma (Q_n^S - \bar{Q}^S) v_n] \Sigma (Q_n^S - \bar{Q}^S) \varepsilon_{u,v_n} + \Sigma (Q_n^S - \bar{Q}^S)^2 \Sigma v_n \varepsilon_{u,v_n}}{\Sigma (Q_n^S - \bar{Q}^S)^2 \Sigma (v_n - \bar{v})^2 - [\Sigma (Q_n^S - \bar{Q}^S) v_n]^2}$$

Les processus v_n et ε_{u,v_n} ne sont pas corrélés. On en déduit lorsque N tend vers l'infini que

$$N \hat{\beta} - \beta_0 \Rightarrow \frac{\omega_{11}^{1/2} \int_0^1 J_c^\mu r dW_1 r}{\omega_{22}^{1/2} \int_0^1 [J_c^\mu(r)]^2 dr} \quad (20)$$

$$\text{et } N \hat{\gamma} - \gamma_0 \Rightarrow \frac{\omega_{22}^{1/2} \omega_{11}^{1/2} \int_0^1 J_c^\mu(r) dW_1 r}{\hat{\sigma}_v^2 \left[\int_0^1 [J_c^\mu(r)]^2 dr \right]} \int_0^1 J_c^\mu(r) dW_2 r \quad (21)$$

d'où l'hyperconvergence de $\hat{\beta}$ et de $\hat{\gamma}$; c'est à dire :
 $\hat{\beta} - \beta_0 \Rightarrow 0$ et $\hat{\gamma} - \gamma_0 \Rightarrow 0$.

La variance de $\hat{\beta}$ est estimée par:

$$\square \text{var} \hat{\beta} = \hat{\sigma}_{\varepsilon_{u,v_n}}^2 \frac{\sum (v_n - \bar{v})^2}{\sum (Q_n^S - \bar{Q}^S)^2 \sum (v_n - \bar{v})^2 - [\sum (Q_n^S - \bar{Q}^S) v_n]^2}$$

On en déduit, sans peine que :

$$N^2 \square \text{var} \hat{\beta} \Rightarrow \frac{\hat{\sigma}_{\varepsilon_{u,v_n}}^2}{\omega_{22} \int_0^1 [J_c^\mu(r)]^2 dr}$$

Avec la même logique, on a:

$$\square \text{var} \hat{\gamma} = \hat{\sigma}_{\varepsilon_{u,v_n}}^2 \frac{\sum (Q_n^S - \bar{Q}^S)^2}{\sum (Q_n^S - \bar{Q}^S)^2 \sum (v_n - \bar{v})^2 - [\sum (Q_n^S - \bar{Q}^S) v_n]^2}$$

et

$$N \square \text{var} \hat{\gamma} \Rightarrow \frac{\hat{\sigma}_{\varepsilon_{u,v_n}}^2}{\hat{\sigma}_v^2}$$

Par conséquent, on a par passage à la limite :

$$t \hat{\beta} \Rightarrow \frac{\omega_{11}^{1/2} \int_0^1 J_c^\mu(r) dW_1 r}{\hat{\sigma}_{\varepsilon_{u,v_n}} \left[\int_0^1 [J_c^\mu(r)]^2 dr \right]^{1/2}} \quad (22)$$

et

$$N^{1/2} t \hat{\gamma} \Rightarrow \frac{\omega_{11}^{1/2} \omega_{22}^{1/2} \int_0^1 J_c^\mu(r) dW_1 r}{\hat{\sigma}_{\varepsilon_{u,v_n}} \hat{\sigma}_v \left[\int_0^1 [J_c^\mu(r)]^2 dr \right]^{1/2} \left[\int_0^1 [J_c^\mu(r)]^2 dr \right]^{1/2}}$$

(23)

S'agissant de $t \hat{\alpha}$, on a d'abord:

$$\sqrt{N}(\hat{\alpha} - \alpha_0) = -N(\hat{\beta} - \beta_0)N^{-1/2} \bar{Q}^S + o_P(1) \quad (24)$$

Comme $N^{-1/2} \bar{Q}^S = N^{-3/2} \sum Q_n^S \Rightarrow \omega_{22}^{1/2} \int_0^1 J_c(s) ds$, il s'ensuit

$$\text{que: } \sqrt{N} \hat{\alpha} - \alpha_0 \Rightarrow -\omega_{11}^{1/2} \int_0^1 J_c(s) ds \frac{\int_0^1 J_c^\mu(r) dW_1 r}{\left[\int_0^1 [J_c^\mu(r)]^2 dr \right]^{1/2}} \quad (25)$$

D'où $\sqrt{N}(\hat{\alpha} - \alpha_0)$ suit asymptotiquement une loi normale

conditionnellement à $J_c^\mu(r)$. L'estimateur des moindres carrés ordinaires de α est convergent et on a :

$$\hat{\alpha} - \alpha_0 \Rightarrow 0$$

Pour la variance de $\hat{\alpha}$, on montre sans peine que

$$N \square \text{var} \hat{\alpha} \Rightarrow \hat{\sigma}_{\varepsilon_{u,v_n}}^2 \frac{(\int_0^1 J_c(s) ds)^2}{\int_0^1 [J_c^\mu(r)]^2 dr}$$

$$t \hat{\alpha} = \frac{\hat{\alpha} - \alpha_0}{\left[\square \text{var} \hat{\alpha} \right]^{1/2}} \Rightarrow \frac{\omega_{11}^{1/2} \int_0^1 J_c^\mu(r) dW_1 r}{\hat{\sigma}_{\varepsilon_{u,v_n}} \left[\int_0^1 [J_c^\mu(r)]^2 dr \right]^{1/2}} \quad (26)$$

Il s'ensuit, pour raison de symétrie que $\frac{\hat{\sigma}_{\varepsilon_{u,v_n}}}{\omega_{11}^{1/2}} t \hat{\beta}$ et

$\frac{\hat{\sigma}_{\varepsilon_{u,v_n}}}{\omega_{11}^{1/2}} t \hat{\alpha}$ ont la même loi asymptotique $N(0,1)$.

Queues de distribution de la loi asymptotique de la statistique de Student normalisée de

$$\hat{\gamma} : - \frac{\int_0^1 J_c^\mu(r) dW_1 r}{\left[\int_0^1 [J_c^\mu(r)]^2 dr \right]^{1/2}} \frac{\int_0^1 J_c^\mu(r) dW_2 r}{\left[\int_0^1 [J_c^\mu(r)]^2 dr \right]^{1/2}}$$

	0,010	0,025	0,050	0,100	0,500	0,900	0,950	0,975	0,990
c=-15	-3,191	-2,261	-1,618	-1,050	-0,003	1,082	1,623	2,213	3,027
c=-10	-2,939	-2,153	-1,605	-1,025	-0,001	1,026	1,592	2,120	2,931
c=-5	-3,038	-2,219	-1,567	-1,022	0,001	0,994	1,502	2,125	2,873
c=-2	-3,029	-2,161	-1,593	-1,035	-0,004	0,999	1,529	2,167	2,946
c=-1	-3,062	-2,254	-1,630	-1,023	0,001	1,059	1,634	2,213	3,046
c=0	-2,939	-2,177	-1,623	-1,048	0,001	1,002	1,581	2,170	3,030
c=1	-3,044	-2,191	-1,600	-1,052	-0,001	1,030	1,615	2,183	2,959
c=2	-2,929	-2,145	-1,574	-1,000	0,003	1,039	1,596	2,116	2,909
c=5	-2,968	-2,116	-1,544	-1,005	-0,001	1,020	1,518	2,086	2,840
c=10	-3,017	-2,267	-1,622	-1,070	-0,005	1,007	1,553	2,169	3,072
c=15	-2,906	-2,086	-1,550	-0,992	0,003	1,035	1,577	2,170	3,002
N(0,1)*	-2,326	-1,960	-1,645	-1,282	0,000	1,282	1,645	1,960	2,326

Source : Nos simulations sur la base de 10000 répliques de Monte Carlo ; (*) tirée des tables existantes pour comparaison

Coefficient de détermination R^2

Le coefficient de détermination s'écrit

$$R^2 = \frac{\sum_{i=1}^N (\hat{y}_n - \bar{y})^2}{\sum_{i=1}^N (y_n - \bar{y})^2} = \frac{\sum_{i=1}^N \{\hat{\beta}(Q_n^S - \bar{Q}^S) + \hat{\gamma}(\Delta_c Q_n^S - \Delta_c \bar{Q}^S)\}^2}{\sum_{i=1}^N \{\beta_0(Q_n^S - \bar{Q}^S) + \gamma_0(\Delta_c Q_n^S - \Delta_c \bar{Q}^S) + \varepsilon_{u,v,n}\}^2}$$

Lorsque N tend vers l'infini, $\hat{\beta} \Rightarrow \beta_0$ sous H_0

On en déduit que $R^2 \Rightarrow 1$.

On a:

$$N^{-2} \sum_{i=1}^N (\hat{y}_n - \bar{y})^2 = (\hat{\beta})^2 N^{-2} \sum_{i=1}^N (Q_n^S - \bar{Q}^S)^2 + o(1)_P$$

et

$$N^{-2} \sum_{i=1}^N (y_n - \bar{y})^2 = (\beta_0)^2 N^{-2} \sum_{i=1}^N (Q_n^S - \bar{Q}^S)^2 + o(1)_P$$

D'un point de vue pratique R^2 a peu d'intérêt sous l'hypothèse nulle. Hjalmarsson(2008) suggère d'étudier dans ce cas le comportement de R^2 sous des alternatives locales.

Mise en évidence du comportement saisonnier des indicateurs infra-annuels

Avant d'estimer les paramètres du modèle proposé dans cette étude, on analyse par le biais des tests de racine unitaire saisonnière, le comportement en termes de saisonnalité de quelques composantes sectorielles de l'indice harmonisé de la production industrielle (IHPI) fondés sur le modèle de régression de HEGY(1990) dont l'extension est proposée par Ghysels et al. (1994).

L'existence de racine unitaire à la fréquence 0 dans x_t est mise en évidence par le test de l'hypothèse nulle $H_0 : \pi_1 = 0$ contre l'alternative de stationnarité $H_1 : \pi_1 < 0$. La présence de racine unitaire saisonnière à la fréquence π est mise en exergue par le test de l'hypothèse nulle $H_0 : \pi_2 = 0$ contre $H_1 : \pi_2 < 0$. Celle de l'existence de racines unitaires saisonnières conjuguées $\left\{ \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2} \right\}$ correspondant aux fréquences $\frac{\pi}{2}$ et $\frac{3\pi}{2}$ est testée par l'hypothèse nulle jointe $H_0 : \pi_3 = \pi_4 = 0$ contre l'alternative $H_1 : \pi_3 \neq 0$ ou $\pi_4 \neq 0$. Les valeurs critiques des statistiques de student et des statistiques de Fischer des hypothèses jointes sont tabulées par Dickey et al (1984), HEGY (1990) et Ghysels et al (1994).

Les tableaux 5a et 5b présentent les statistiques de Student pour les π_i ainsi que les statistiques de Fischer des tests conjoints. L'analyse des résultats montre que l'existence de racine unitaire à la fréquence 0 n'est pas rejetée au niveau conventionnel de 5% pour toutes les séries. En outre, pour l'existence de racine unitaire saisonnière, le comportement des variables présente des similitudes et aussi des différences selon les pays. Le test de l'hypothèse conjointe d'existence de racines unitaires saisonnières aux fréquences $\frac{\pi}{2}$ et $\frac{3\pi}{2}$ n'est pas rejetée au niveau de 5% pour l'indice harmonisé de production industrielle (IHPI) de la branche "industrie alimentaire" pour les deux pays. L'IHPI des industries chimiques au Bénin et l'IHPI des industries d'égrenage de coton au Mali, de même que l'IHPI global présentent des racines unitaires saisonnières à toutes les fréquences. La présence de racine unitaire saisonnière à la fréquence π n'est pas rejetée pour l'IHPI des industries "eau et électricité" au Mali. Ce résultat contraste avec celui du Bénin par le rejet de cette même hypothèse. Des similitudes sont relevées également pour les industries textiles avec le rejet de la présence des racines unitaires saisonnières à toutes les fréquences. Au total, les résultats suggèrent pour la plupart des séries, la présence de racine unitaire saisonnière.

Tableau 5a:

Statistiques de Student et de Fischer pour les tests de racine unitaire saisonnière de quelques composantes sectorielles de l'indice de production industrielle (IHPI) du Bénin

modèle: $\Delta_4 x_t = \mu + \gamma t + \sum_{i=1}^3 \delta_i SD_{it} + \pi_1 y_{1,t-1} + \pi_2 y_{2,t-1} + \pi_3 y_{3,t-2} + \pi_4 y_{3,t-1} + \sum_{j=1}^l \Gamma_j \Delta_4 x_{t-j} + e_t$ avec $\Delta_4 = 1 - B^4$

où $Bx_t = x_{t-1}$, $y_{1,t} = 1 + B + B^2 + B^3 x_t$, $y_{2,t} = -1 - B + B^2 - B^3 x_t$, $y_{3,t} = -1 - B^2 x_t$ et $SD_{it} = 1$ si $i=t \pmod S$ et $SD_{it} = 0$ sinon.

	lag l	t[Pi1]	t[Pi2]	t[Pi3]	t[Pi4]	F[3-4]	F[2-4]	F[1-4]
Pays: Bénin; période 2000q1:2015q4								
1. IHPI Industries alimentaires	2	-3,055	-3,482	-2,463	-1,637	5,023	9,974	10,331
2. IHPI Industries textiles	0	-2,038	-3,937	-5,146	-1,145	14,568	16,124	13,085
3. IHPI Industries chimiques	2	-1,337	-3,023	-1,271	-1,553	2,022	5,038	4,082
4. IHPI Industries eau, gaz et électricité	1	-0,960	-3,818	-3,424	-2,670	12,008	20,050	15,167
5. IHPI Autres industries	1	-3,109	-5,611	-5,155	-1,179	15,050	25,997	22,103
6. IHPI global	2	-2,142	-3,152	-2,214	-1,643	4,453	8,579	7,852
Valeurs critiques								
5%	2	-3,675	-3,053	-3,625	-1,916	6,560	6,071	6,518
	1	-3,668	-3,048	-3,618	-1,917	6,562	6,067	6,516
	0	-3,050	-3,017	-3,571	-1,975	6,593	6,058	5,909
10%	2	-3,341	-2,711	-3,253	-1,486	5,399	5,130	5,704
	1	-3,335	-2,707	-3,248	-1,487	5,405	5,130	5,703
	0	-2,699	-2,676	-3,217	-1,530	5,514	5,165	5,004

Sources: Nos calculs, données INSAE, Bénin

Tableau 5b:

Statistiques de Student et de Fischer pour les tests de racine unitaire saisonnière de quelques composantes sectorielles de l'indice de production industrielle (IHPI) du Mali

modèle: $\Delta_4 x_t = \mu + \gamma t + \sum_{i=1}^3 \delta_i SD_{it} + \pi_1 y_{1,t-1} + \pi_2 y_{2,t-1} + \pi_3 y_{3,t-2} + \pi_4 y_{3,t-1} + \sum_{j=1}^l \Gamma_j \Delta_4 x_{t-j} + e_t$ avec $\Delta_4 = 1 - B^4$ où $Bx_t = x_{t-1}$,

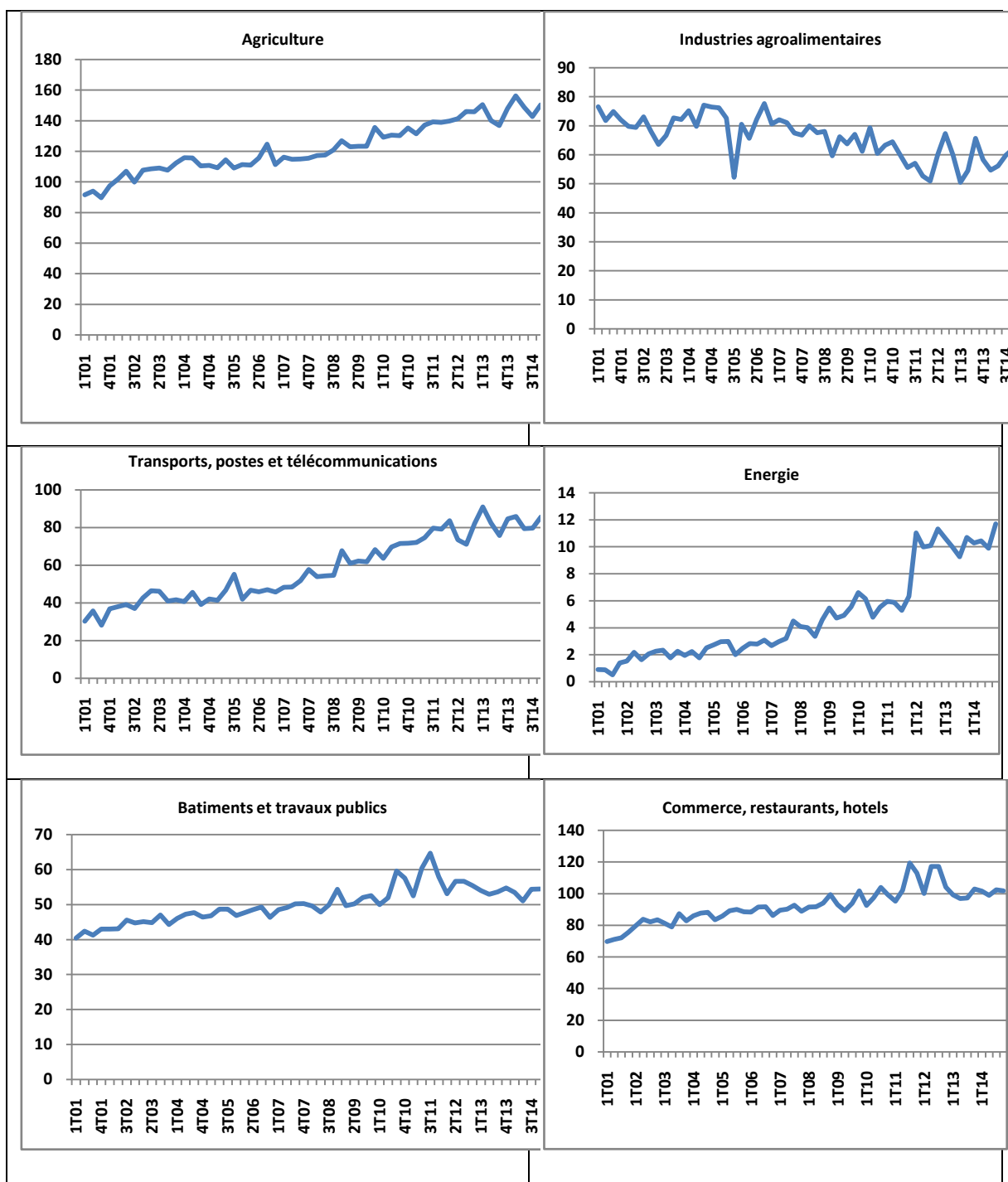
$y_{1,t} = 1 + B + B^2 + B^3 x_t$, $y_{2,t} = -1 - B + B^2 - B^3 x_t$, $y_{3,t} = -1 - B^2 x_t$ et $SD_{it} = 1$ si $i=t \pmod S$ et $SD_{it} = 0$ sinon.

	lag l	t[Pi1]	t[Pi2]	t[Pi3]	t[Pi4]	F[3-4]	F[2-4]	F[1-4]
Pays: Mali ; période: 2003q1:2015q4								
1. IHPI industries d'égrenage de coton	1	-1,012	-2,197	-1,748	-1,161	2,434	3,470	2,813
2. Industries extractives	2	-3,540	-4,247	-4,447	-0,504	10,213	23,745	26,581
3. IHPI industries agro-alimentaires	2	-1,267	-1,233	-0,616	-0,427	0,249	1,022	1,349
4. IHPI industries métallurgie fonderie	2	-2,069	-3,297	-3,926	-2,495	14,034	18,341	15,506
5. Industries de textiles et d'habillement	1	-3,356	-3,735	-5,272	-0,997	15,628	17,454	15,675
6. IHPI Industries Eau et électricité	2	-1,828	-2,298	-1,380	-3,079	8,175	11,306	9,217
7. IHPI Autres industries	1	-3,342	-4,429	-5,100	-1,572	16,244	22,220	18,976
8. IHPI global	2	-1,631	-2,894	-2,213	-1,303	3,492	7,143	6,495
Valeurs critiques								
5%	1,2	-3,710	-3,080	-3,660	-1,910	6,550	6,090	6,530
10%	1,2	-3,370	-2,730	-3,280	-1,480	5,370	5,130	5,710

Sources: Nos calculs, données INSTAT, Mali

Graphique 3 :

Evolution des valeurs ajoutées trimestrielles estimées sur la période 2001-2014 pour le Bénin



Graphique 4 :

Evolution des valeurs ajoutées trimestrielles estimées sur la période 2004-2014 pour le Mali

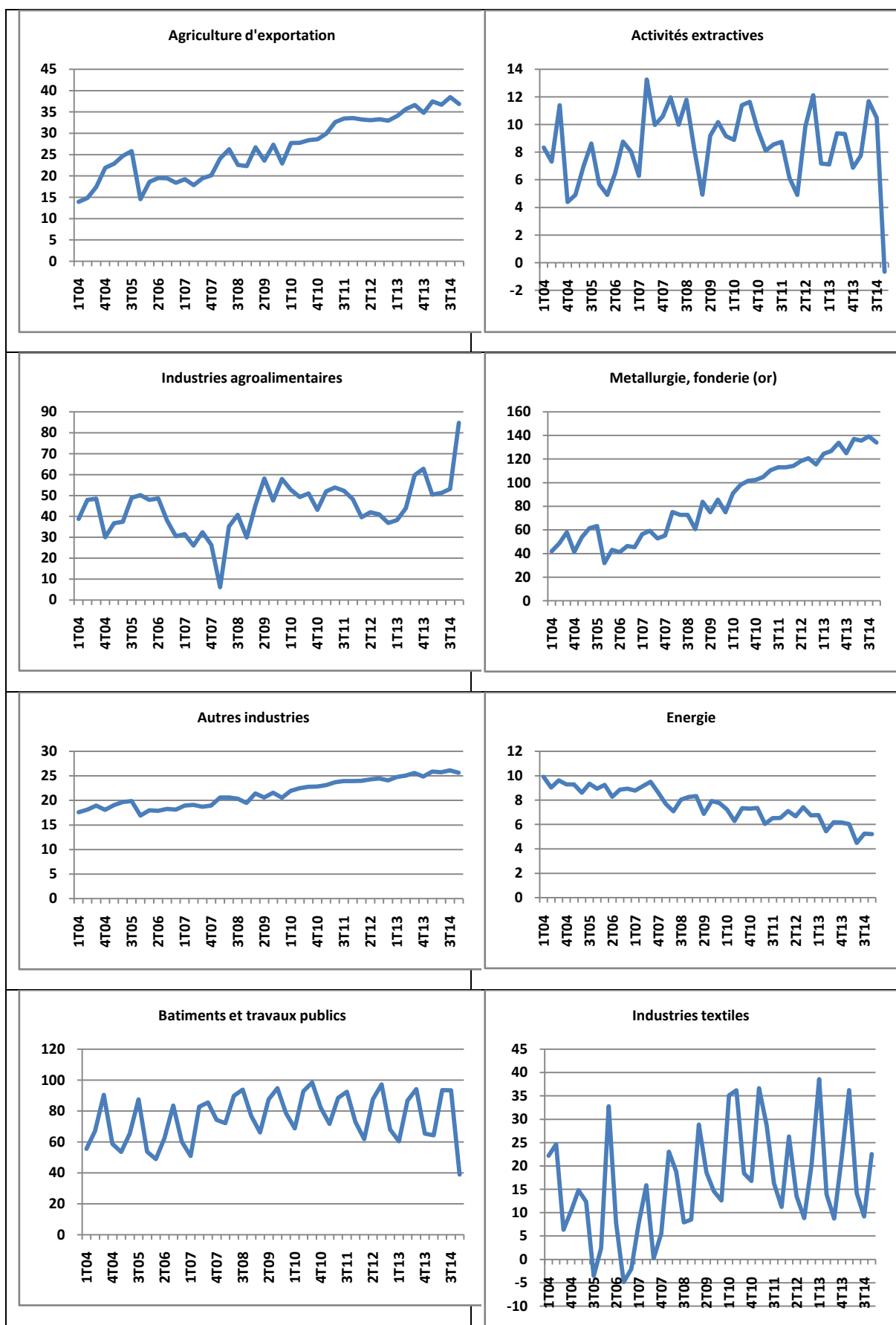


Tableau 6 :

Prévisions trimestrielles des valeurs ajoutées sectorielles et annuelles pour le Bénin en 2015

Branche	Prévision ponctuelle et intervalle de confiance	Période relative à l'info disponible			
		T1	T2	T3	T4
Agriculture	Valeur ajoutée annuelle	550,0	550,0	550,0	550,0
	Prévision ponctuelle	593,52	593,74	593,47	593,44
	Intervalle de confiance à 95 %				
	borne inférieure	540,81	539,16	541,11	541,26
	borne supérieure	646,22	648,32	645,83	645,63
Industries Agro-alimentaires	Valeur ajoutée observée	254,9	254,9	254,9	254,9
	Prévision ponctuelle	226,77	227,39	234,64	234,03
	Intervalle de confiance à 95 %				
	borne inférieure	175,01	175,72	183,43	182,82
	borne supérieure	278,52	279,07	285,85	285,25
Transports, postes et télécom.	Valeur ajoutée observée	352,5	352,5	352,5	352,5
	Prévision ponctuelle	353,05	359,24	351,64	350,89
	Intervalle de confiance à 95 %				
	borne inférieure	307,59	312,16	306,48	305,88
	borne supérieure	398,52	406,32	396,81	395,91
Electricité, gaz et eau	Valeur ajoutée observée	40,2	40,2	40,2	40,2
	Prévision ponctuelle	48,94	48,70	48,06	47,70
	Intervalle de confiance à 95 %				
	borne inférieure	40,46	40,22	39,60	39,25
	borne supérieure	57,42	57,17	56,52	56,16
BTP**	Valeur ajoutée observée	280,8	280,8	280,8	280,8
	Prévision ponctuelle	212,91	216,19	214,76	214,70
	Intervalle de confiance à 95 %				
	borne inférieure	177,52	180,08	179,03	178,99
	borne supérieure	248,30	252,29	250,49	250,42
Commerce, restaurants et hôtels	Valeur ajoutée observée	473,0	473,0	473,0	473,0
	Prévision ponctuelle	394,58	396,70	395,77	395,74
	Intervalle de confiance à 95 %				
	borne inférieure	328,14	328,92	328,71	328,69
	borne supérieure	461,01	464,48	462,84	462,78

Source: Nos calculs, données INSAE, Bénin; Période 2001-2014 ; (***) valeur observée en dehors de l'intervalle de confiance

Tableau 7 :

Prévisions trimestrielles des valeurs ajoutées sectorielles et annuelles pour le Mali en 2015

Branche	Période	Période relative à l'info disponible			
		T1	T2	T3	T4
Agriculture d'exportation	Valeur ajoutée observée	188,72	188,72	188,72	188,72
	Prévision ponctuelle	155,36	155,28	155,45	155,70
	Intervalle de confiance à 95 %				
	borne inférieure	76,29	76,08	76,54	77,04
	borne supérieure	234,42	234,49	234,36	234,37
Activités extractives	Valeur ajoutée observée	38,6	38,6	38,6	38,6
	Prévision ponctuelle	30,50	27,21	25,77	29,19
	Intervalle de confiance à 95 %				
	borne inférieure	16,68	12,94	11,47	15,74
	borne supérieure	44,33	41,48	40,08	42,65
Industries agroalimentaires**	Valeur ajoutée observée	285,35	285,35	285,35	285,35

	Prévision ponctuelle	145,80	149,37	152,25	156,64
	Intervalle de confiance à 95 %				
	borne inférieure	59,74	63,28	66,14	70,58
	borne supérieure	231,86	235,45	238,36	242,71
Textiles *	Valeur ajoutée observée	93,65	93,65	93,65	93,65
	Prévision ponctuelle	36,66	42,92	45,18	47,41
	Intervalle de confiance à 95 %				
	borne inférieure	-20,12	-12,20	-9,79	-7,57
	borne supérieure	93,43	98,03	100,14	102,40
Métallurgie fonderie (Or)	Valeur ajoutée observée	471,79	471,79	471,79	471,79
	Prévision ponctuelle	563,53	561,92	565,67	571,44
	Intervalle de confiance à 95 %				
	borne inférieure	398,93	397,02	401,39	407,66
	borne supérieure	728,14	726,82	729,95	735,21
Autres industries	Valeur ajoutée observée	121,92	121,92	121,92	121,92
	Prévision ponctuelle	104,97	104,85	105,13	105,56
	Intervalle de confiance à 95 %				
	borne inférieure	75,10	74,93	75,32	75,84
	borne supérieure	134,84	134,78	134,94	135,27
Electricité et eau *	Valeur ajoutée observée	27,91	27,91	27,91	27,91
	Prévision ponctuelle	22,88	19,96	18,04	16,37
	Intervalle de confiance à 95 %				
	borne inférieure	11,06	7,98	6,11	4,55
	borne supérieure	33,94	27,94	24,15	20,92
Construction	Valeur ajoutée observée	338,74	338,74	338,74	338,74
	Prévision ponctuelle	302,64	291,80	287,06	298,32
	Intervalle de confiance à 95 %				
	borne inférieure	208,67	194,81	189,81	206,85
	borne supérieure	511,32	486,61	476,87	505,17

Source: Nos calculs, données INSTAT, Mali; Période 2004-2014 ; (*) valeur observée en dehors de l'intervalle de confiance par moment ; (**) valeur observée en dehors de l'intervalle de confiance

Tableau 8 :

Tests de Cointégration fondée sur l'approche GLS de Perron et Rodriguez (2016)

Benin		Mali	
Branche	Statistique Z	Branche	Statistique Z
Agriculture	-11,6193***	Agriculture d'exportation	-8,72***
Industries Agro-alimentaires	-56,1189***	Activités extractives	-4,2139***
Transports, postes et télécom.	-2,3798***	Industries agroalimentaires	-3,9793***
Electricité, gaz et eau	-2,9941***	Textiles	-11,9323***
BTP	-3,5406***	Métallurgie fonderie (Or)	-3,085***
Commerce, restaurants et hôtels	-19,3959***	Autres industries	-7,5213***
		Electricité et eau	-4,5734***
		Construction	-3,4144***

(***), (**), (*), significativité à 5%, à 7,5% et à 10%.

Tableau 9 :

Valeurs critiques asymptotiques $m=2$ (nombre de variables expliquées)

5%	-2,354
7,5%	-3,088
10%	-2,972

Source : Perron et Rodriguez (2016)